Fundamentos de Robótica: Transformaciones Homogéneas

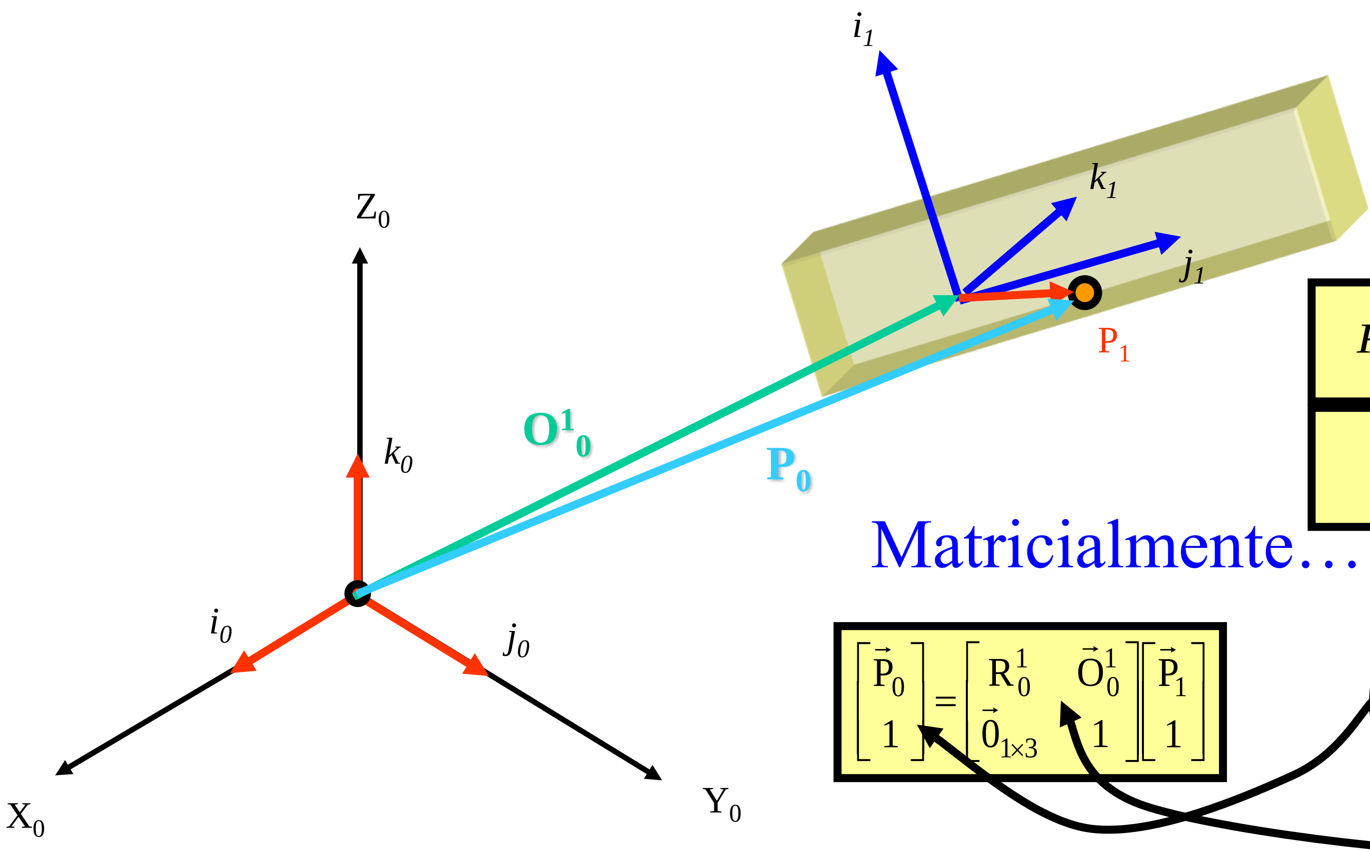
Juan Carlos Grieco, Universidad Simón Bolívar

Gerardo Fernández L, Universidad Simón Bolívar

Cecilia Murrugarra, Universidad Simón Bolívar

Transformaciones Homogéneas

Consideremos también la traslación del objeto rígido



$$\vec{P}_0 = \vec{O}_0^1 + R_0^1 * \vec{P}_1$$

$$R_1^0 \vec{P}_0 = R_1^0 \vec{O}_0^1 + R_1^0 R_0^1 * \vec{P}_1$$

$$\vec{P}_1 = {R_0^1}^T \vec{P}_0 - {R_0^1}^T \vec{O}_0^1$$

Matricialmente…

$$\begin{bmatrix} \vec{P}_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^1 & \vec{O}_0^1 \\ \vec{0}_{1\times3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{P}_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{P}_0 = \begin{bmatrix} \vec{P}_{0\,3\times1} \\ 1 \end{bmatrix} = A_0^1 \vec{P}_1$$

"representación homogenea"

"Matriz de transformación homogenea"

Transformaciones Homogéneas

“Matriz de Rotación” “Vector de Traslación”

$$(A_0^{1})^{T} \neq A_1^{0}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{P}_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^1 & \vec{O}_0^1 \\ \vec{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{P}_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

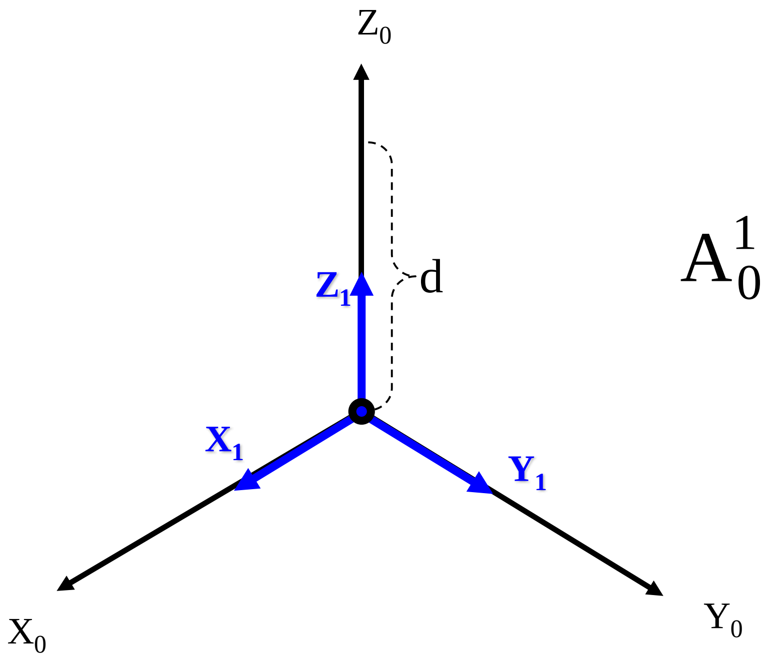
“Vector de Pers

“La trasformación inversa”

$$\begin{bmatrix} \vec{P}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^{1\,T} & -R_0^{1\,T}\vec{O}_0^1 \\ \vec{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{P}_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

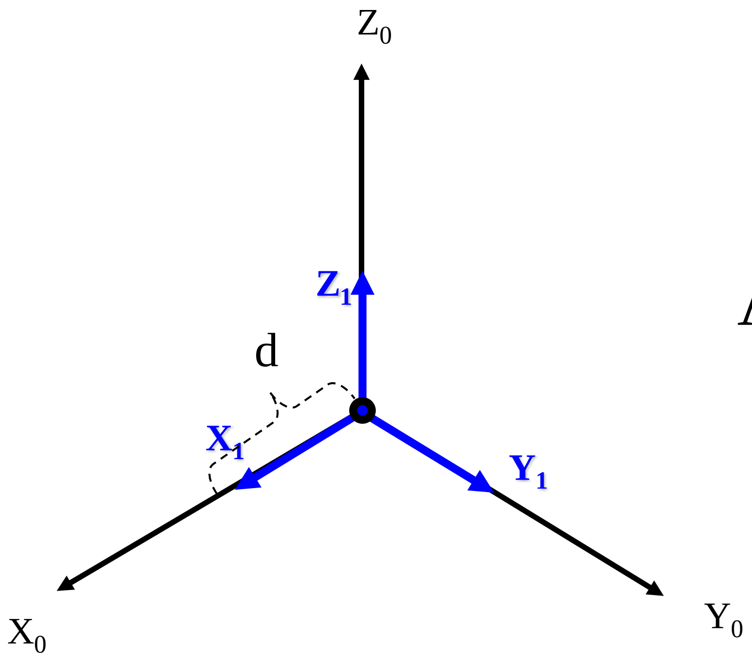
Transformaciones Homogéneas

Consideremos algunas traslaciones elementales



$$A_0^1 = Tras_{z,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

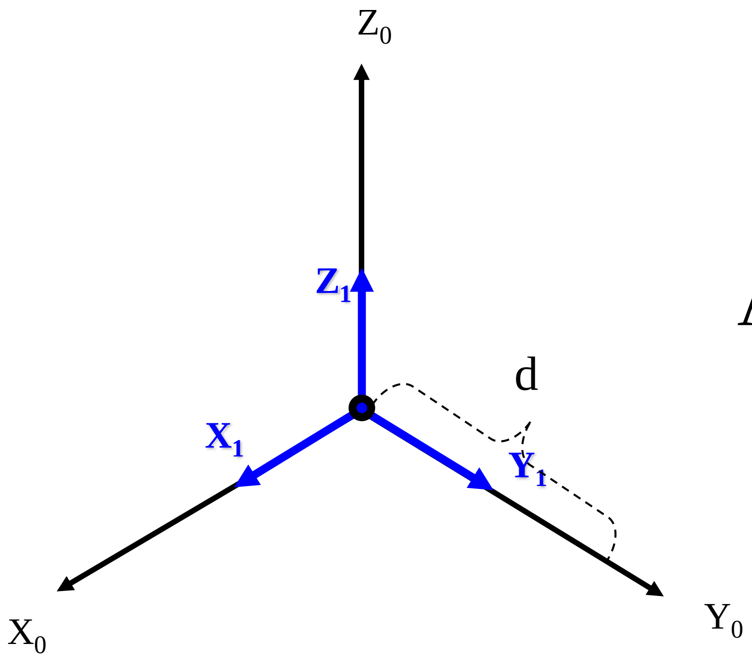
Consideremos algunas traslaciones elementales



$$A_0^1 = \mathrm{Tras}_{x,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformaciones Homogéneas

Consideremos algunas traslaciones elementales



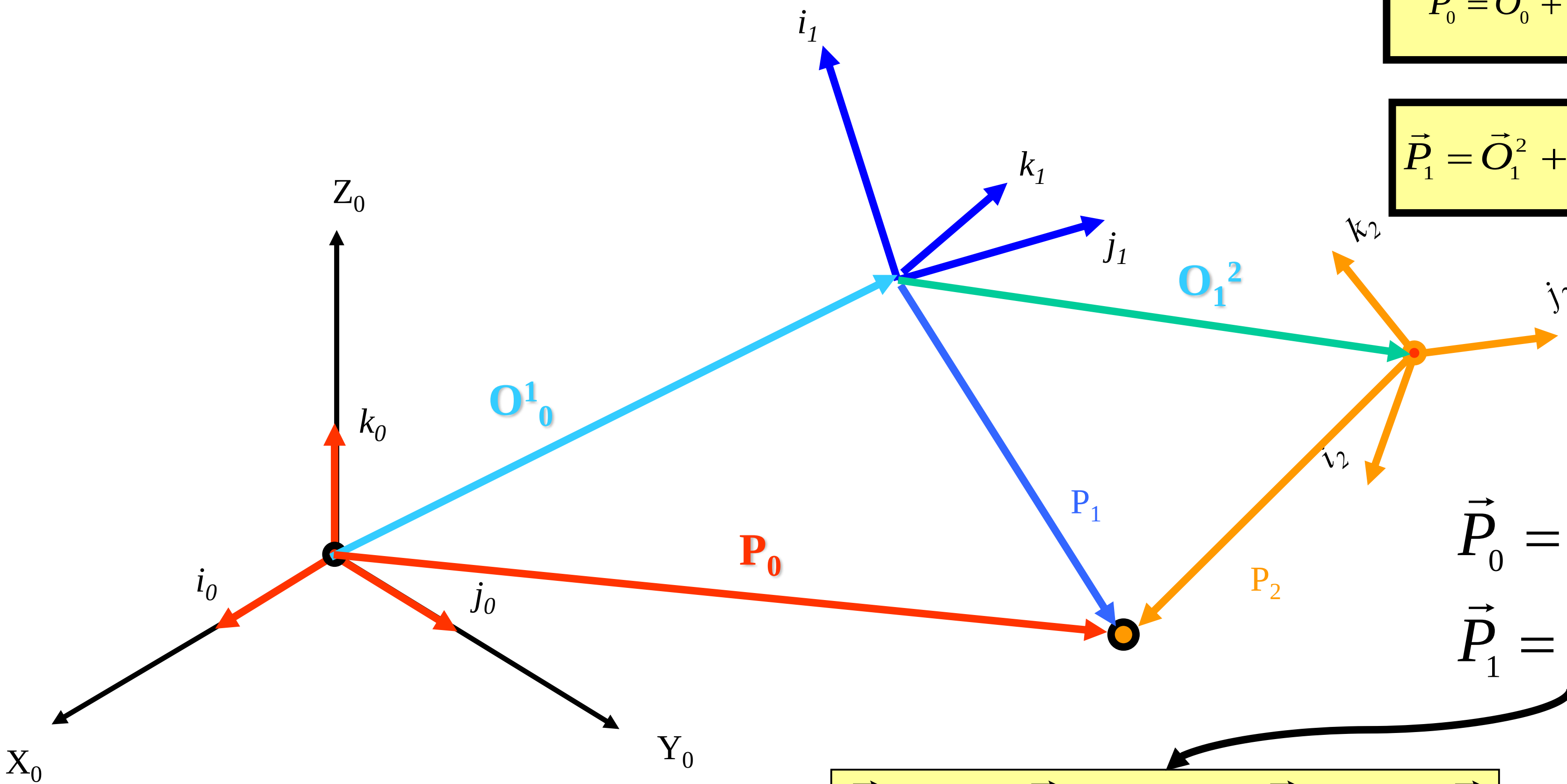
$$A_0^1 = \mathrm{Tras}_{y,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformaciones Homogéneas

Consideremos varios sistemas…

$$\vec{P}_0 = \vec{O}_0^1 + R_0^1 * \vec{P}_1$$

$$\vec{P}_1 = \vec{O}_1^2 + R_1^2 * \vec{P}_2$$



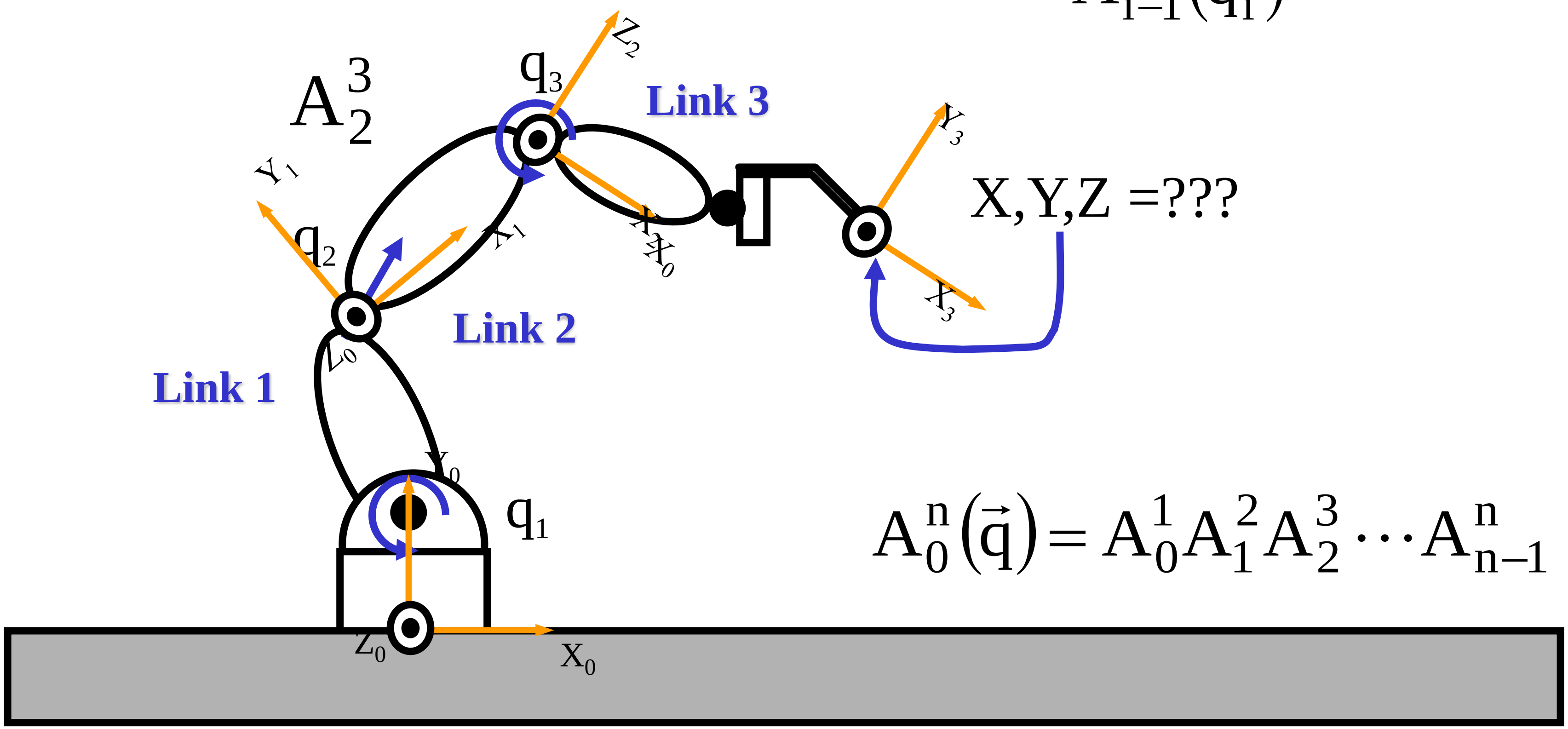
$$\vec{P}_0 = A_0^1 \vec{P}_1$$

$$\vec{P}_1 = A_1^2 \vec{P}_2$$

$$\vec{P}_0 = A_0^1 \vec{P}_1 = A_0^1 A_1^2 \vec{P}_2 = A_0^2 \vec{P}_2$$

Ejemplo…

Transformación de Denavit - Hartenberg

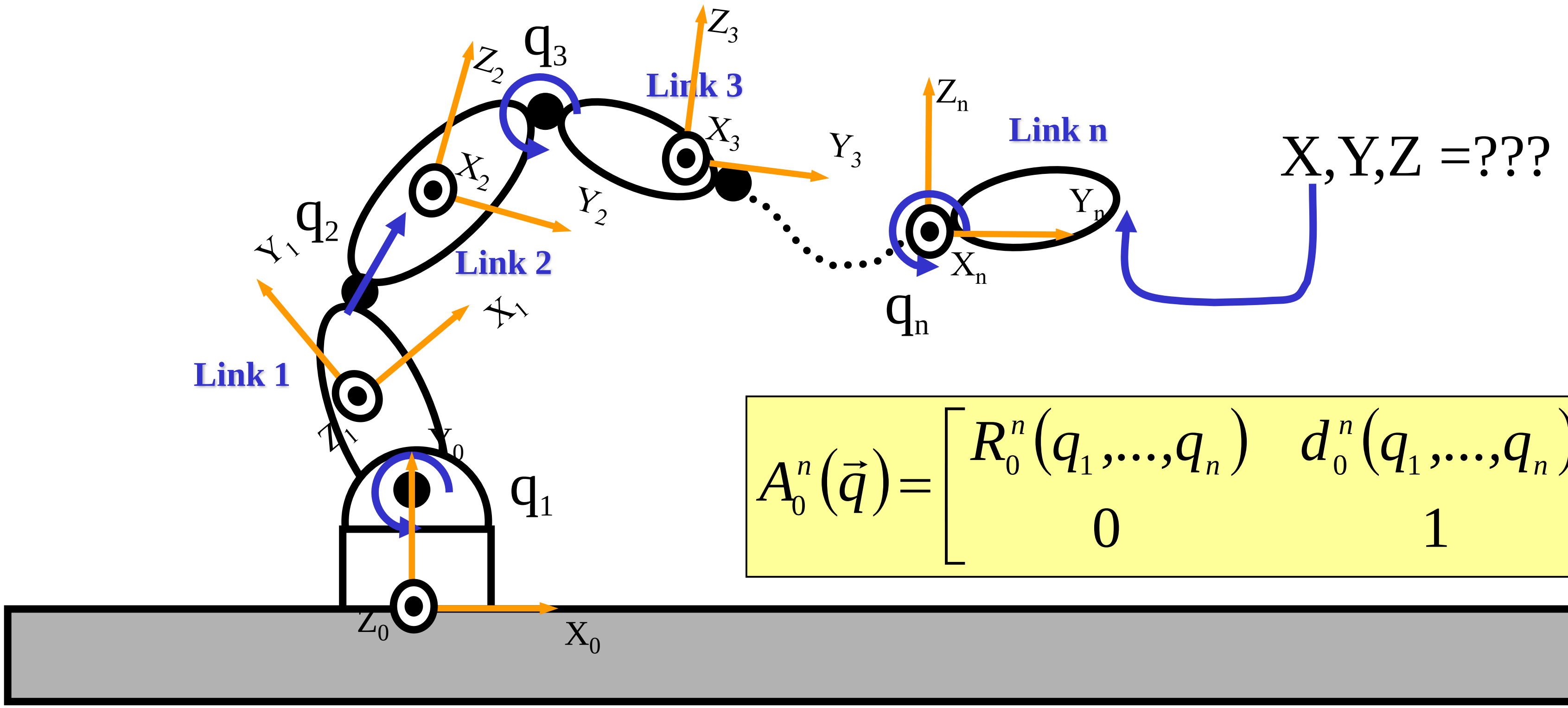


$$A_{i-1}^{i}(q_i)$$

$$A_0^n(\vec{q}) = A_0^1 A_1^2 A_2^3 \cdots A_{n-1}^n$$

Cinemática Directa…

$$A_{i-1}^{i}(q_i)$$



$$A_0^n(\vec{q}) = \begin{bmatrix} R_0^n(q_1,\ldots,q_n) & d_0^n(q_1,\ldots,q_n) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$